

Total number of printed pages-04

3(Sem-8/FYUGP)BNC(A)/DSCI

2025

MATHEMATICS

(Discipline Specific Core)

Paper Name: Ordinary Differential Equation

Paper Code: MAT-DSC-243/ MAT-GE-241

Full Marks: 60

Time: Two and Half Hours

(The figures in the margin indicate full marks for the questions)

Answer either in English or in Assamese

1. Answer the following questions:

1x7=7

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

- Define degree of a differential equation.  
এটা অৱকল সমীকৰণৰ মাত্ৰাৰ সংজ্ঞা দিয়া।
- Evaluate (মূল্যাংকন কৰা)  $W(\cos x, \sin x)$ .
- Define linear ordinary differential equation of 2<sup>nd</sup> order.  
দ্বিতীয় ক্ৰমৰ বৈখিক সাধাৰণ অৱকল সমীকৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।
- If  $Mdx + Ndy = 0$  is a homogeneous equation and  $Mx + Ny \neq 0$ , then what is its Integrating Factor ?  
যদি  $Mdx + Ndy = 0$  এটা সমমাত্ৰিক সমীকৰণ হয়, আৰু  $Mx + Ny \neq 0$ ,  
তেতিয়া হলে সমীকৰণটোৰ অনুকলন গুণক কি হব ?
- Give an example of Bernoulli's equation.  
বাৰ্ণলী সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।
- Define Wronskian of two functions.  
দুটা ফলনৰ ব্ৰনস্কিয়ানৰ সংজ্ঞা দিয়া।
- What is meant by Integrating Factor ?  
অনুকলন গুণক বুলিলে কি বুজা ?

**2. Answer any four of the following questions:****2x4=8**

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো চাৰিটা উত্তৰ দিয়া :

- a. Find the differential equation of the family of curves  $y = e^{mx}$ ,  $m$  being an arbitrary constant.  
 $y = e^{mx}$  বক্ৰৰ পৰিয়ালটোৰ বাবে অৱকল সমীকৰণটো উলিওৱা যত  $m$  এটা যিকোনো ধ্ৰুবক।
- b. Show that (দেখুওৱা যে) the differential equation (অৱকল সমীকৰণটো)  $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$  is exact (যথার্থ হয়)।
- c. Solve (সমাধান কৰা):  $\frac{d^2y}{dx^2} - 6\frac{dy}{dx} + 25y = 0$ .
- d. Find the Integrating Factor of the differential Equation.  
তলত দিয়া অৱকল সমীকৰণটোৰ অনুকলন গুনক উলিওৱা।

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$$

- e. Transform the equation  $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$  to a separable equation by appropriate change of variable.  
উপযুক্ত চলকৰ পৰিৱৰ্তনৰ দ্বাৰা সমীকৰণ  
 $(1 + e^{x/y})dx + e^{x/y} \left(1 - \frac{x}{y}\right)dy = 0$  ক এটা পৃথকীকৰণীয় সমীকৰণলৈ  
ৰূপান্তৰ কৰা।

**3. Answer any three from the following questions:****5x3=15**

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

- a. Solve (সমাধান কৰা)  $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x^3$
- b. Solve the Bernoulli's equation (বাৰ্ণলী সমীকৰণটোৰ সমাধান কৰা)  
 $dy + (4y - 8y^{-3})xdx = 0$
- c. Solve the following linear differential equation:  
তলত দিয়া ৰৈখিক অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান কৰা :

$$\frac{dy}{dx} + y \tan x - \sec x = 0$$

- d. Evaluate Wronskian of the function  
 $y_1(x) = \text{Sin}x$  and  $y_2(x) = \text{Sin}x - \text{Cos}x$  and hence conclude whether or not they are linearly independent. Also form the differential equation.  
 $y_1(x) = \text{Sin}x$  আৰু  $y_2(x) = \text{Sin}x - \text{Cos}x$  ফলন দুটাৰ ব্রনফিয়ান নিৰ্ণয় কৰা আৰু ইয়াৰ সহায়ত ফলন দুটা বৈখিকভাবে স্বতন্ত্র হয় নে নহয় উল্লেখ কৰা লগতে অৱকল সমীকৰণটো উলিওৱা।
- e. Solve the following differential equation by using method of undetermined co-efficient:  
 অনিৰ্ণেয় সহগ পদ্ধতিৰে তলত দিয়া অৱকল সমীকৰণটোৰ সমাধান কৰা।

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 3y = 2e^x - 10\text{Sin}x$$

**4. Answer any three from the following questions: 10x3=30**

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ যিকোনো তিনিটাৰ উত্তৰ দিয়া :

- a. Prove that  $\frac{1}{(1+x+y)^4}$  is an integrating factor of  
 $(2xy - y^2 - y)dx + (2xy - x^2 - x)dy = 0$  and find the solution of this equation.  
 প্ৰমাণ কৰা যে  $\frac{1}{(1+x+y)^4}$  হৈছে  
 $(2xy - y^2 - y)dx + (2xy - x^2 - x)dy = 0$  ৰ এটা অনুকলন গুণক  
 আৰু এই সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা।
- b. Solve by method of variation of Parameters.  
 প্ৰাচল বিচৰণ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা।
- $$\frac{d^3y}{dx^3} - 6 \frac{d^2y}{dx^2} + 11 \frac{dy}{dx} - 6y = e^x$$
- c. Solve (সমাধান কৰা)  $\frac{dy}{dx} + \frac{x-y-2}{x-2y-3} = 0$
- d. Write the Integrating factor of  $Mdx + Ndy = 0$  if  $\frac{1}{N} \left( \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right)$  is a factor of  $x$  alone say  $f(x)$  and hence solve  
 $(x^2 + y^2 + x)dx + xydy = 0$ .

$Mdx + Ndy = 0$  ৰ অনুকলন গুনকটো লিখা যদিহে  $\frac{1}{N} \left( \frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} \right)$  এটা মাত্ৰ  $x$  ৰ ফলন হয় যেনে  $f(x)$  আৰু ইয়াৰ সহায়ত সমাধান কৰা।

- e. Define an exact differential equation. Show that the differential equation  $Mdx + Ndy = 0$  is exact if and only if  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ , Where  $M(x, y)$  and  $N(x, y)$  have continuous first derivative in common Domain.

যথার্থ সমীকৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া। দেখুওৱা যে অৱকলন সমীকৰণ  $Mdx + Ndy = 0$  যত  $M(x, y)$  আৰু  $N(x, y)$  এটা আয়তাকৃতিৰ ক্ষেত্ৰত অবিৰত আংশিক অৱকলন থাকে তেতিয়া হলে সমীকৰণটো যথার্থ হব যদিহে  $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$  হয়।

\*\*\*\*\*